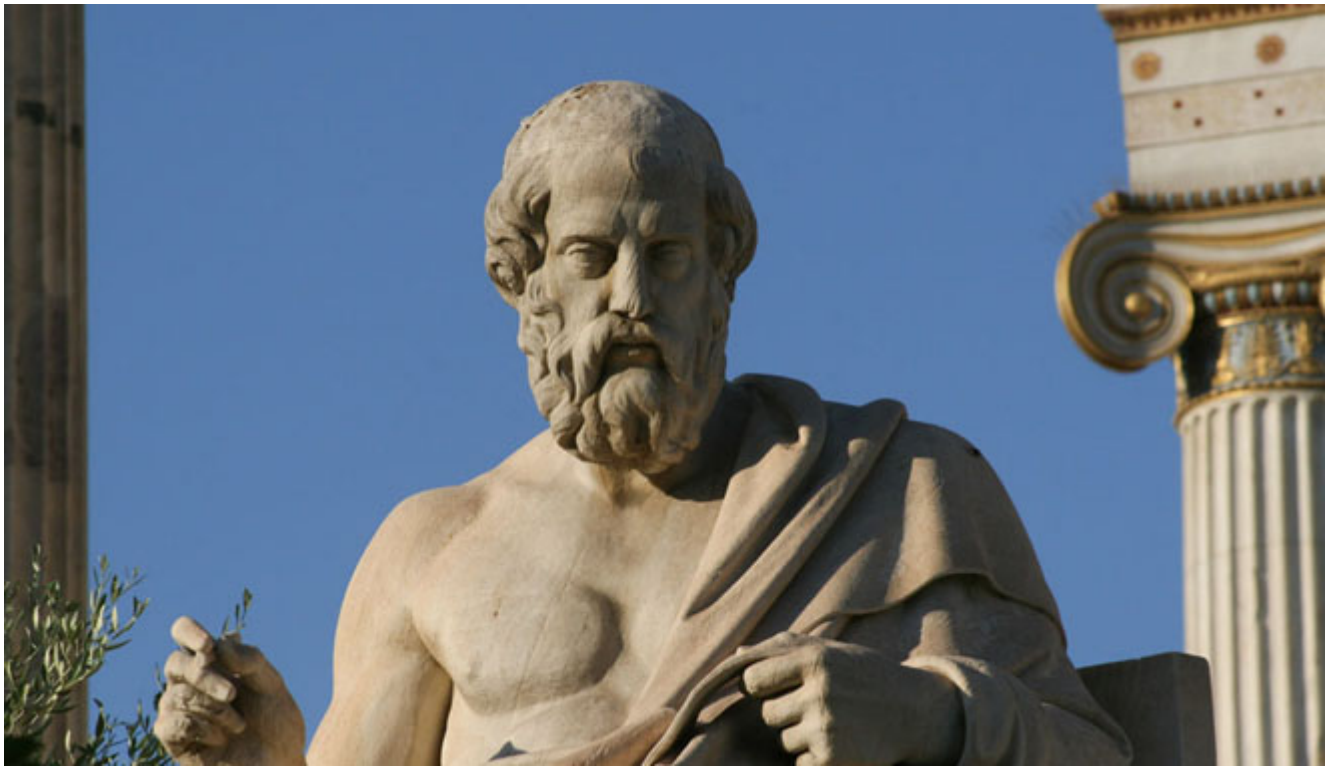
11 Δεκεμβρίου 2016

Διαλεκτική, αρμονία και τα έξι Πλατωνικά τρίγωνα (Γεώργιος Χ. Κουμάκης, Επ. Καθηγητής Φιλοσοφίας Πανεπιστημίου Ιωαννίνων)

/ Πεμπτουσία

Image not found or type unknown



Υφίστανται ορισμένες μαθηματικές θεωρήσεις, οι οποίες είτε δεν κατέστησαν αντιληπτές είτε εντοπίσθηκαν μεν, αλλά δεν έγιναν ευρέως γνωστές. Πρόκειται συγκεκριμένα για μια πιθανή απάντηση στο ερώτημα γιατί ο Πλάτων συνέθεσε το ισόπλευρο τρίγωνο, που αποτελεί τη βάση των τριών κοσμικών σωμάτων, από έξι (και όχι από δύο) κάλλιστα τρίγωνα κατά διάμετρο, δηλαδή χιαστί λαμβανόμενα τρεις φορές (εκ τρίτου)[61].

Το ισόπλευρο τρίγωνο διαιρείται σε έξι (και όχι δύο) κάλλιστα τρίγωνα, διότι εκτός των άλλων η στερεά γωνία, που σχηματίζεται στα τέσσερα κοσμικά σώματα, προκύπτει από τρεις επίπεδες γωνίες[62], πράγμα που δεν θα ήταν δυνατόν, αν το ισόπλευρο τρίγωνο συνίστατο από δύο μόνον κάλλιστα τρίγωνα. Το

ίδιο συμβαίνει με το τετράγωνο, που σύγκειται από τέσσερα ορθογώνια ισοσκελή τρίγωνα, καθώς και το πεντάγωνο, που σύγκειται από 30 πρώτα σκαληνά τρίγωνα. Όταν η σύνθεση των τριγώνων γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, δημιουργείται αντίθεση, η οποία είναι απαραίτητο στοιχείο της διαλεκτικής και της αρμονίας κατά Πλάτωνα και Αριστοτέλη.

Ο μαθηματικός Th. Heath έκαμε μια ευφυή παρατήρηση με αφορμή μια μαρυρία του Πρόκλου, την οποία θεωρεί ανεξάρτητη πηγή. Υποστηρίζει συγκεκριμένα ότι ο αριθμός έξι των καλλίστων τριγώνων, που συνιστούν το ισόπλευρο τρίγωνο, καθώς και ο τρόπος διάταξής τους εκ μέρους του Πλάτωνα είναι πυθαγορικής προέλευσης[63]. Ο Πρόκλος αποδίδει στους Πυθαγόρειους το εξής θεώρημα: έξι ισόπλευρα τρίγωνα η τέσσερα τετράγωνα η τρία εξάγωνα τοποθετημένα συνεχόμενα στην κορυφή της γωνίας τους σχηματίζουν 4 ορθές γωνίες, πληρούν δηλαδή όλον τον τόπον περί ένα σημείο, ενώ κανένα άλλο κανονικό πολύγωνο δεν έχει την ιδιότητα αυτή, αφού οι ορθές γωνίες η θα πλεονάζουν η θα ελλείπουν[64]. Το ανωτέρω θεώρημα αναφέρεται τόσο από τον Αριστοτέλη όσο και τον Πάππο τον Αλεξανδρινό στην αρχή του πέμπτου βιβλίου[65].

Από το ανωτέρω θεώρημα των Πυθαγορείων ο Th. Heath καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τα κάλλιστα τρίγωνα, που αποτελούν τα στοιχεία του ισοπλεύρου τριγώνου, είναι έξι (και όχι δύο). Η σύνθεσή τους γίνεται ανά δύο αντικρυστά η χιαστί, αφού κάθε φορά η υποτείνουσα βρίσκεται σε συνεχόμενη ευθεία γραμμή προς τη μικρότερη κάθετη πλευρά, το δε άθροισμα των γωνιών τους είναι τέσσερεις ορθές: 6×60= 360. Αν ληφθεί επιπροσθέτως υπόψη το γεγονός ότι τα στοιχεία του τετραγώνου, δηλαδή τα ισοσκελή ορθογώνια τρίγωνα, είναι τέσσερα, στο κέντρο των οποίων σχηματίζονται τέσσερεις ορθές γωνίες, τότε εξηγείται επαρκώς γιατί ο Πλάτων δεν συστήνει το ισόπλευρο τρίγωνο από δύο αλλά από έξι κάλλιστα τρίγωνα. Η αρχή που υπόκειται είναι ότι οι γωνίες, που σχηματίζονται από τη συνένωση των τριγώνων στο μέσον του σχήματος που δημιουργείται, πρέπει να είναι τέσσερεις ορθές, δηλαδή 360 μοίρες. Κατά τη σύνθεση, σύμφωνα με το ανωτέρω θεώρημα των Πυθαγορείων, στη μεν πρώτη περίπτωση έχουμε έξι ισόπλευρα τρίγωνα, στη δε δεύτερη τέσσερα τετράγωνα.

Έτσι περί το κέντρο του μεν ισοπλεύρου τετραγώνου οι ορθές γωνίες των τεσσάρων ισοσκελών ορθογωνίων τριγώνων είναι τέσσερεις, του δε ισοπλεύρου τριγώνου οι οξείες γωνίες ισοδυναμούν πάλι με τέσσερεις, διότι 6×60= 360/4 = 90. Ο αριθμός 360 όμως μπορεί να προέλθει από το 36 πολλαπλασιαζόμενο επί το 10 και είναι το τετράγωνο του 6, ο οποίος είναι τέλειος αριθμός, επειδή ισούται με το άθροισμα των μερών του[66], δηλαδή 1+2+3 = 6. Αλλά και το 10 είναι επίσης τέλειος αριθμός[67].

Το 36 είναι η τετρακτύς των Πυθαγορείων, η οποία σύγκειται εκ των πρώτων τεσσάρων αρτίων και πρώτων τεσσάρων περιττών αριθμών68. Η τετρακτύς όμως του Πλάτωνα είναι ο αριθμός 35, που είναι το άθροισμα των κύβων του 2 και του 3, δηλαδή 8+27 = 35. Τη γένεση της πλατωνικής αυτής τετρακτύος ο Πλούταρχος τη χαρακτηρίζει τελειότερη[69]. Ο αριθμός έξι συμβολίζει κατά τους Πυθαγορείους την ψυχή, πράγμα που ακολούθησε και ο Πλάτων στον Τίμαιο αναφορικά με την ψυχή του κόσμου. Ο συμβολισμός της ψυχής με την εξάδα οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι η ψυχή είναι αρμονία, για τη δημιουργία της οποίας προσφέρεται κάλλιστα το έξι (6, 9, 8, 12)[70]. Ως γνωστόν, η ψυχή στον Φαίδωνα αποδεικνύεται ότι έχει αρμονία[71].

Ευχαριστώ τον Καθηγητή κύριον Εμμ. Γιαννακουδάκη, ο οποίος με πληροφόρησε ότι ο αριθμός 6 συμβολίζει την ψυχή κατά τους Πυθαγορείους και εξευρίσκεται και με τη σύγχρονη πληροφορική, με ειδικά προς τούτο προγράμματα.

61 Πλατ., Τιμ., 54 a, e· πβ. A.E. Taylor (1928), A Commentary on Plato's Timaeus. Oxford, At the Clarendon Press, 374-375.

62 Πλατ., Τιμ., 54 e 4: «κατά σύντρεις επιπέδους γωνίας μίαν στερεάν γωνίαν ποιεί».

63 Th. Heath, The Thirteen Books of Euclidis Elements with Introduction and Commentary, II. New York, Dover Publications, 19562, 98.

64 Procli Diadochi [1965 (1873)], In primum Euclidis elementorum librum comentarii. Rec. G. Friedlein, Teubner, 304-305: «και έστι το θεώρημα τούτο Πυθαγόρειον». Πβ. του αυτού (1906), In Platonis Timaeum Commentaria. Ed. E. Diehl, III, Lipsiae, Teubner, 149: «ους ποιούνται προς αλλήλους, είτε τριγωνικώς είτε τετραγωνικώς είτε εξαγωνικώς είτε διαμετρικώς».

65 Αριστ., Π. ουρ., Γ 7, 306 b 3-8· Pappi Alexandrini (1876-1877), Collectionis quae supersunt, II. Ed. Fr. Hultsch. Berlin, Weidmann· Ε. Σπανδάγος (2001), Η μαθηματική συναγωγή του Πάππου του Αλεξανδρέως. Εισαγωγή, αρχαίο κείμενο. Τομ. Β (Βιβλία ε καὶ στ'). Αθήναι, Αίθρα, 204, 14·

Pappus D' Alexandrie (1933), La Collection mathématique. Tome second. Paris, Blanchard· S. Cuomo (2000), Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity. Cambridge, Cambridge University Press.

66 Πλούταρχος, Ηθικά, 738 F 8· 13, 1018 c 2: «ο μεν στ τέλειος αριθμός, ίσος ὢν τοις εαυτού μέρεσιν». Iamblichus (1922), Theologoumena arithmeticae. Ed. V. De Falco, Lipsiae, Teubner, 42, 19: «Η εξάς πρώτη τέλειος· τοις γαρ αυτής μέρεσιν αριθμείται, έκτον έχουσα, τρίτον και ήμισυ».

67 Iamblichus, Theologoumena, μνημ. έργο, 83, 6-7: «έστι δε τα δέκα τέλειος αριθμός»· Porhyre, Vie de Pythagore, μνημ. έργο, κεφ. 20, σσ. 52, 61.

68 Πλούταρχος, Ηθικά, 381 F – 382 A· 1027 F, 2-5: «η μεν ουν υπό των Πυθαγορικών υμνουμένη τετρακτύς, τα εξ και τριάκοντα»»· Porhyre, Vie de Pythagore, μνημ. έργο, κεφ. 20, σ. 45.

69 Πλούταρχος, Ηθικά (Περί της εν Τιμαίω ψυχογονίας), κεφ. 30, 1017 D-E: «η δε των υπό Πλάτωνος εκκειμένων αριθμών τετρακτύς εντελεστέραν έσχηκε την γένεσιν».

70 Iamblichus, Theologoumena, μνημ. έργο, 45, 47· Procli Diadochi, In Republicam, ενθ' ανωτ., II, 42, 22-23.

71 Πλατ., Φαιδ., 94 d: «ψυχήν αρμονίαν είναι;».

Πηγή: deeaef.gr

Το παρόν κείμενο είναι είναι το τρίτο μέρος της εισήγησης του Γεώργιου Χ. Κουμάκη, Επ. Καθηγητή Φιλοσοφίας του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων στην Επιστημονική Ημερίδα «Ουσία, Δομή και Υπόστασις του Κόσμου κατά την Προσωκρατική Φιλοσοφία» -Κεντρικό Κτίριο του Πανεπιστημίου Αθηνών, 29/4/2014 – Οργάνωση: Διεθνής Επιστημονική Εταιρεία Αρχαίας Ελληνικής Φιλοσοφίας, Ένωση Ελλήνων Φυσικών

Δείτε το δεύτερο μέρος της εισήγησης **εδώ**