

Γεωμετρία, Τοπολογία και Πεπερωμένο του Σύμπαντος

/ [Πεμπτουσία](#)



Γιγαντιαία αστρικά σμήνη (υπέρυθρη φωτ. NASA)

Όταν σκεφτόμαστε το σύμπαν στη γενική σχετικότητα (GR) πρέπει να απαντήσουμε σε τρεις πολύ διαφορετικές έννοιες: Ποιο είναι το σχήμα του σύμπαντος; Είναι το σύμπαν πεπερασμένο ή άπειρο; Θα διαστέλλεται το σύμπαν για πάντα ή θα συσταλεί αργότερα.

Όταν εφαρμόζουμε GR στη κοσμολογία, κάνουμε χρήση απλοποιητικών παραδοχών, που υποστηρίζονται από παρατηρήσεις, ότι υπάρχει ένας ορισμός του χρόνου τέτοιος ώστε σε μια σταθερή τιμή του χρόνου, το σύμπαν είναι χωρικά ομοιογενές (μοιάζει δηλαδή το ίδιο όπου κι αν είναι ο παρατηρητής) και ισοτροπικό (μοιάζει το ίδιο προς όλες τις κατευθύνσεις γύρω από ένα σημείο).

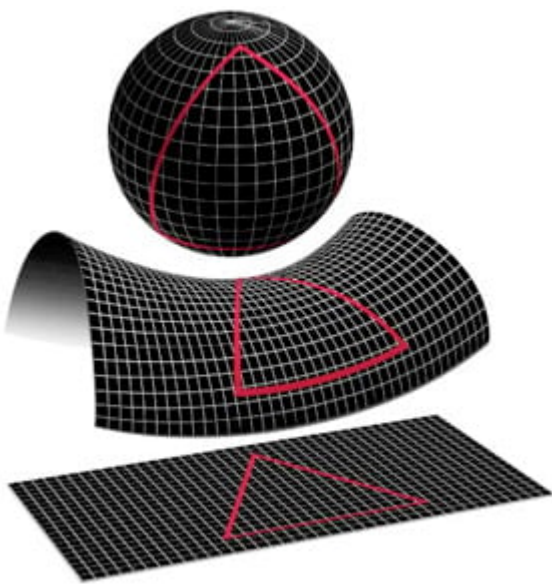
Στη συνέχεια μελετώντας την GR γράφουμε τις εξισώσεις του Αϊνστάιν με τις κατάλληλες πηγές (κανονική ύλη, σκοτεινή ύλη, ακτινοβολία, μια κοσμολογική

σταθερά, κλπ.). Οι λύσεις για τις εξισώσεις αυτές είναι οι περίφημοι χωροχρόνοι Friedmann, Robertson-Walker, που περιγράφουν την διαστολή (ή συστολή) του σύμπαντος.

Η GR είναι πράγματι μία όμορφη γεωμετρική θεωρία που περιγράφει ένα καμπύλο χωρόχρονο. Αλλά στην πράξη, επιλύουμε διαφορικές εξισώσεις, με την επιφύλαξη (στην προκειμένη περίπτωση) ότι το σύμπαν μοιάζει όπως είναι σήμερα. Οι διαφορικές εξισώσεις περιγράφουν την τοπική συμπεριφορά του συστήματος και έτσι, στη Γενική Σχετικότητα, αυτές περιγράφουν την τοπική γεωμετρία στη γειτονιά ενός σημείου του χωροχρόνου.

Επειδή η ομοιογένεια και η ισοτροπία είναι αρκετά περιοριστικές υποθέσεις, υπάρχουν μόνο τρεις πιθανές απαντήσεις για την τοπική γεωμετρία του χώρου σε οποιοδήποτε σταθερό σημείο στο χρόνο - μπορεί να είναι χωρικά θετικά κυρτωμένη (σε τοπικό επίπεδο αυτό μοιάζει σαν μία 3-τρισδιάστατη σφαίρα), επίπεδη (σε τοπικό επίπεδο αυτό μοιάζει σαν μια 3-τρισδιάστατη εκδοχή μιας επίπεδης επιφάνειας) ή χωρικά αρνητικά κυρτωμένη (σε τοπικό επίπεδο μοιάζει σαν ένα 3-διαστάσεων υπερβολοειδές).

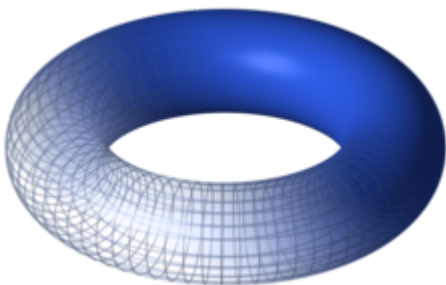
Μια ορισμένη κοσμολογική λύση στην GR μας δίνει μία από αυτές τις τρεις πιο πάνω απαντήσεις γύρω από ένα σημείο του χωροχρόνου, όμως λόγω της ομοιογένειας αυτή η λύση σε ένα σημείο είναι λύση σε κάθε σημείο στον χωροχρόνο. Αυτό εννοούμε όταν λέμε ότι η GR μας λέει για τη γεωμετρία - το σχήμα του σύμπαντος - όπως αυτή απεικονίζεται στο παρακάτω γράφημα της NASA.



Αυτό όμως εγείρει ένα πολύ διαφορετικό ζήτημα που συχνά συγχέεται με τα παραπάνω. Εάν η λύση μας μας λέει ότι το σύμπαν είναι τοπικά μία τρισδιάστατη

σφαίρα (ή μια επίπεδη επιφάνεια, ή ένα υπερβολοειδές) γύρω από κάθε σημείο, τότε δεν σημαίνει ότι πρόκειται για μία τρισδιάστατη σφαίρα, ή ένα άπειρο επίπεδο τρισδιάστατο χώρο, ή ένα άπειρο υπερβολοειδές. Αυτό είναι πραγματικά ένα θέμα της τοπολογίας, που απαντά και στο ερώτημα αν το Σύμπαν είναι πεπερασμένο ή άπειρο.

Για να εξηγηθεί αυτό το σημείο, ας υποθέσουμε ότι έχουμε λύσει τις κοσμολογικές εξισώσεις της GR, και ανακαλύψαμε ότι σε κάθε σημείο του χωροχρόνου, το σύμπαν είναι τοπικά ένας επίπεδος 3-διάστατος χώρος. Αυτό που δηλαδή μας δείχνουν οι παρατηρήσεις ότι μοιάζει το σύμπαν μας. Μπορείτε όμως να σκεφτείτε πολλούς διαφορετικούς χώρους με αυτή ακριβώς την ίδια ιδιότητα. Ένα παράδειγμα είναι, φυσικά, ότι το σύμπαν είναι πράγματι ένας επίπεδος, άπειρος 3-διάστατος χώρος. Ένα δεύτερο παράδειγμα είναι ότι το σύμπαν μπορεί να είναι ένας 3 διαστάσεων τόρος, στον οποίο αν θέλατε να κρατήσετε σταθερό τον χρόνο και να κάνετε μια γραμμή από οποιοδήποτε σημείο κατά μήκος του x , y ή z -άξονα, θα κόβατε έναν κύκλο και θα φτάνατε πίσω ακριβώς από εκεί που ξεκίνησε. Αυτός είναι ένας χώρος πεπερασμένου όγκου, που συνδέεται με ένα πολύ συγκεκριμένο τρόπο, αλλά που είναι όμως επίπεδος παντού, όπως και το προηγούμενο παράδειγμα με το άπειρο. Σε δύο διαστάσεις, θα μπορούσε κανείς να τον απεικονίσει ως:

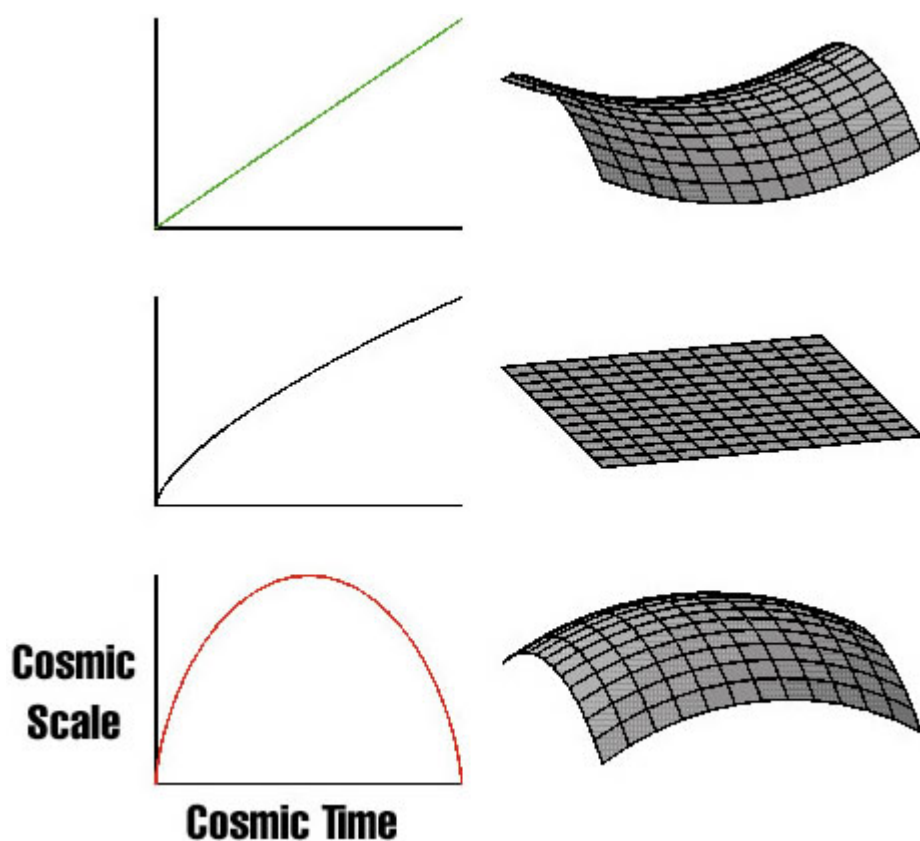


Φυσικά, θα μπορούσαμε να είχαμε φτιάξει μία ή δύο κατευθύνσεις σε κύκλους ή να φτιάξουμε τον χώρο σε ένα πεπερασμένο με περισσότερες από μία τρύπες, ή οποιαδήποτε άλλη δυνατότητα.

Αυτή είναι η ομορφιά της τοπολογίας, αλλά δεν είναι κάτι που μας το διευκρινίζει επιλύοντας απλώς τις εξισώσεις της Γενικής Σχετικότητας. Μάλλον πρόκειται για μια πρόσθετη πηγή για την εξεύρεση των λύσεων. Είναι, όμως, κάτι που μπορούμε να ελέγξουμε, πιο συγκεκριμένα μέσα από τις μετρήσεις της κοσμικής μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου.

Εντελώς ανεξάρτητα από τις ερωτήσεις της τοπολογίας, η γεωμετρία μιας δεδομένης κοσμολογικής λύσης δημιουργεί ένα άλλο ζήτημα που συχνά συγχέεται

με εκείνα της γεωμετρίας και της τοπολογίας. Ας υποθέσουμε ότι το σύμπαν περιέχει μόνο τις συμβατικές πηγές ύλης (κανονική ύλη, σκοτεινή ύλη και την ακτινοβολία), και ας υποθέσουμε ότι γνωρίζετε (ίσως να αναρωτηθούμε αν αυτό είναι πραγματικά δυνατόν) ότι αυτές είναι οι μόνες που θα περιείχε ποτέ. Τότε οι εξισώσεις εύκολα προβλέπουν ότι, σε περίπτωση σύμπαντος θετικής χωρικής κυρτότητας, ένα διαστελλόμενο σύμπαν θα φτάσει τελικά στο μέγιστο μέγεθος και μετά θα ακολουθήσει την αντίστροφη πορεία, της συστολής, προς μία Μεγάλη Σύνθλιψη, ενώ επίπεδα ή με αρνητική κυρτότητα σύμπαντα θα επεκτείνονταν για πάντα. Αυτές είναι οι προβλέψεις σχετικά με το πεπρωμένο του σύμπαντος, και συχνά οδηγούν στην ακόλουθη σύνδεση



Ωστόσο, όπως καταστήσαμε σαφές, υπάρχουν κάποιες υποθέσεις που πηγαίνουν στην σχέση μεταξύ της γεωμετρίας και της μοίρας του σύμπαντος, και παρόλο που αυτά μπορεί να φαίνονταν λογικά σε μία εποχή, ξέρουμε σήμερα ότι η επιταχυνόμενη διαστολή του σύμπαντος φαίνεται να υποδηλώνει την ύπαρξη ενός είδους σκοτεινής ενέργειας (μια κοσμολογική σταθερά, για παράδειγμα), που συμπεριφέρεται με έναν τρόπο αρκετά διαφορετικό από τις συμβατικές πηγές υλο-ενέργειας. Στην πραγματικότητα, γνωρίζουμε ότι για πηγές, όπως αυτή, όταν αρχίζει η επιτάχυνση, είναι εύκολα δυνατό για ένα σύμπαν με θετική καμπύλη, για παράδειγμα, να επεκτείνεται για πάντα. Πράγματι, στην περίπτωση της κοσμολογικής σταθεράς, αυτό ακριβώς συμβαίνει.

Έτσι, το σύμπαν μπορεί να είναι είτε θετικά είτε αρνητικά κυρτό, ή επίπεδο, και οι λύσεις μας στην GR αυτό μας λένε. Οι λύσεις μπορούν να είναι πεπερασμένες ή άπειρες, και να συνδέονται με ενδιαφέροντες τρόπους, αλλά η GR δεν θα μας πει γιατί συμβαίνει αυτό. Και το σύμπαν μπορεί να διαστέλλεται για πάντα ή να συσταλεί αργότερα, αλλά αυτό εξαρτάται από τις ακριβείς ιδιότητες της κοσμικής ενέργειας, και όχι μόνο από την γεωμετρία. Οι κοσμολογικοί χωροχρόνοι είναι μερικοί από τις πιο απλές λύσεις στην GR που γνωρίζουμε, και ακόμη αυτοί υιοθετούν όλα τα είδη των δυνητικών περιπλοκών, πέρα από τις πιο προφανείς δυνατότητες.

Πηγή: www.physics4u.gr (Γραμμένο από τον Mark Trodden στο Cosmic Variance)