23 Αυγούστου 2017

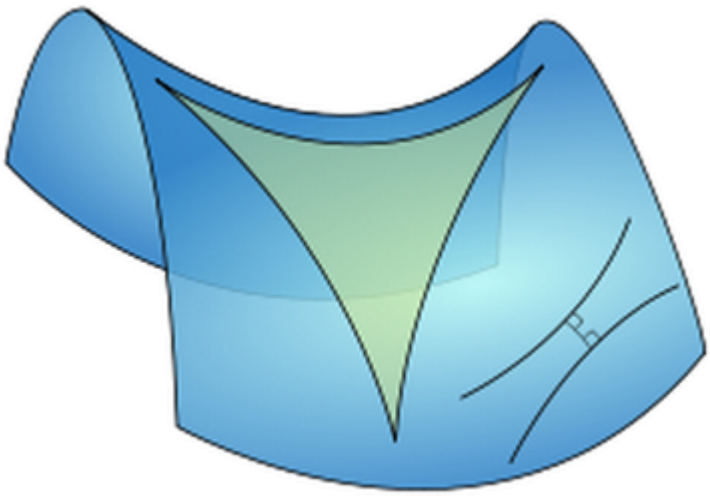
Η ανακάλυψη των μη Ευκλείδειων Γεωμετριών

/ Πεμπτουσία

Image not found or type unknown

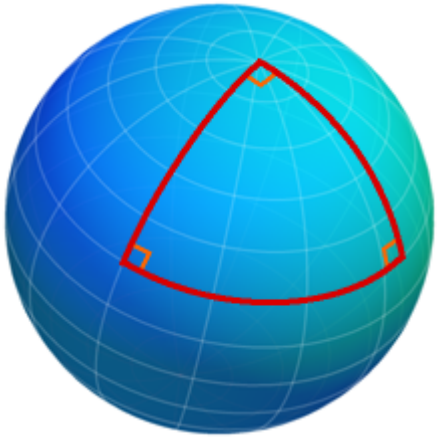
[Προηγούμενη δημοσίευση: http://www.pemptousia.gr/?p=168742]

Ο Gauss (1777 – 1855) υπήρξε πιθανότατα ο πρώτος που αντιλήφθηκε ότι η μη Ευκλείδεια Γεωμετρία είναι εξίσου έγκυρη με την Ευκλείδεια, και ως λογικό σύστημα και ως περιγραφή του σύμπαντος. Ενώ οι Nikolai Lobachevsky και János Bolyai είχαν δημοσιεύσει τις ανακαλύψεις τους σχετικά με την μη Ευκλείδεια Γεωμετρία, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, το 1829 και 1832, αντίστοιχα, ο Gauss κατείχε την αλήθεια ήδη από το 1813. Δεν του αναγνωρίστηκε η ανακάλυψη, διότι δεν δημοσίευσε τα ευρήματά του.



Στην Υπερβολική Γεωμετρία το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι μικρότερο από 180 μοίρες

Σύμφωνα με την νέα αυτή γεωμετρία (Υπερβολική Γεωμετρία), **από ένα σημείο εκτός δοθείσης ευθείας άγονται τουλάχιστον δυο διαφορετικές παράλληλες προς την δοθείσα ευθεία**. Και σαν να μην έφτανε αυτό, το 1854, εμφανίζεται Bernhard Riemann για να προτείνει μια ακόμη διαφορετική γεωμετρία (Σφαιρική Γεωμετρία) στην οποία **δεν υπάρχουν παράλληλες ευθείες! Όλες οι ευθείες τέμνονται ανά δυο σε δυο σημεία**. Παρότι η Υπερβολική και η Σφαιρική Γεωμετρία έρχονταν σε αντίθεση με την ανθρώπινη διαίσθηση, φαίνονταν να είναι εξίσου συνεπείς με την Ευκλείδειο Γεωμετρία.



Στη Σφαιρική Γεωμετρία το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερο από 180 μοίρες

Η σπουδαιότητα της ανακάλυψης αυτής ήταν ανυπολόγιστη, διότι για περισσότερο από δυο χιλιάδες χρόνια κυριαρχούσε η αίσθηση ότι η ότι η Ευκλείδεια Γεωμετρία ήταν απαραίτητα η γεωμετρία του χώρου. Τα Μαθηματικά και η Φυσική συνυφαίνονταν τόσους αιώνες με το νήμα αυτής της πίστης. Οι νέες Γεωμετρίες έδειξαν ότι υπάρχουν και άλλες περιγραφές του χώρου προσιτές στην ανθρώπινη νόηση.

Μέχρι τότε επικρατούσαν οι απόψεις του μεγάλου φιλόσοφου **Immanuel Kant** (1724 – 1804) που είχε διατυπώσει στην «**Κριτική του Καθαρού Λόγου**». Σύμφωνα με τον Kant η Γεωμετρία είναι η μελέτη του χώρου, και η γνώση μας για τον χώρο δεν είναι εμπειρική αλλά μάλλον συνέπεια του τρόπου με τον οποίο είναι δομημένο το μυαλό μας. Μάλιστα η δομή του μυαλού μας είναι τέτοια ώστε η Ευκλείδεια Γεωμετρία να αποτελεί τη μόνη Γεωμετρία που αυτό μπορεί να συλλάβει. Κατά συνέπεια, ο λόγος που κάνει κάποιον να αισθάνεται μια φυσική ροπή στην κατεύθυνση της αποδοχής του Ευκλείδειου $5^{ου}$ Αιτήματος δεν οφείλεται σε πειραματικές παρατηρήσεις αλλά στη δομή του εγκεφάλου μας.

Αυτή η θεωρία μετέτρεψε τις διατυπώσεις της Γεωμετρίας (αιτήματα και

προτάσεις) σε κάτι σπάνιο και πολύτιμο – σε a priori συνθετικές κρίσεις. «A priori» σημαίνει ότι προηγούνται της εμπειρίας, ότι η επαλήθευσή τους δεν απαιτεί την εμπειρία (κάτι καλό, αφού η εμπειρία ενέχει τον κίνδυνο του λάθους). «Συνθετικές» σημαίνει ότι η επαλήθευσή τους απαιτεί κάτι περισσότερο από τη σημασία των λέξεων (άρα δεν είναι τετριμμένη). Στην περίπτωση της Γεωμετρίας, αυτό το «κάτι» είναι η δομή του εγκεφάλου, η οποία τον υποχρεώνει να τη δει ως Ευκλείδεια. Βέβαια η μη Ευκλείδεια Γεωμετρία έδειξε ότι οι ισχυρισμοί του Kant δεν ήταν ορθοί.

Το 5^{ο} Αίτημα του Ευκλείδη και οι νέες Γεωμετρίες ξέφυγαν από τα στενά όρια της μαθηματικής κοινότητας του 19^{ου} αιώνα και έγιναν θέματα διαφωνιών και συζήτησης στα ευρωπαϊκά σαλόνια.

[Συνεχίζεται]